

ステップ・モータの特性解析 (I)

岩 原 正 吉^{*}・村 本 浩^{*}・藤 宗 寛 治^{*}

Characteristics of the Stepping Motor (I)

Masayoshi IWAHARA, Hiroshi MURAMOTO, Hiroharu FUJISOU

(Received Oct. 15, 1971)

The stepping motor is a useful and powerful actuator in case of a direct coupling to digital control units.

Inherently this motor has an incremental action on the contrary of an analog servo-motor. Therefore, its driving unit is a simple and easy to handling. And it not use a D-A converter.

In this paper, we report on the response character of the stepping motor. Usually as far as this type of motor, we must treat a non-linear differential equation. But, in the present time we have not any conclusive analytical method on such an equation. Consequently, we usually analyze this kind of problem with a graphical method under some assumptions.

However, from such an over-simplified equation, we cannot get an exact conclusions on our purpose. Then, to avoid this fault on the analysis of the stepping motor, we had tried to analyze with a digital simulation on the full notation of the system equations of the stepping motor.

And we had taken some good results. The results is below.

1 ま え が き

ステップ・モータは近年デジタル機器の発展に伴ってそれらの制御機構としてとくに注目されるに至っている。その構造は一般電動機と同じく固定子と回転子とで構成されるが、任意のパルス列 (n) の入力に対応して階差的に動作する点で異っている。今日、一般に使用されるステップ・モータは可変リアクタンス型と称され構造も簡単で、応答性も比較的良い。また、一般に開ループ系で使用され、直接デジタル信号によって駆動されるから、閉ループ系で使用されるサーボ・モータの場合のような面倒な調整やDA変換装置などを必要としない。このステップ・モータの特性については従来種々の研究がなされているが、ステップ・モータは本質的に非線形系であるため、簡略的または図式解法によったものが多い^{(1), (2), (3), (4)}。

ステップ・モータの特性はトルク方程式によって解析されるが、その保持トルクの項は非線形となりかつ励磁回路の電流方程式の影響を受けるため系の方程式はトルク方程式と電流方程式との連立となる。従って、解析的にも図式的にも系の特性を解析することは困難となり、従来、これに対してはアナログ・コンピュータによるシミュレーション^{(5), (6)}が適用されている。しかし、保持トルクの項の取扱いに困難さが残っているため、これまた十分でない。よって、これらの点を改善する目的で、ステップ・モータの系の方程式を極端に近似することなく、デジタル・コンピュータによるシミュレーションを行なった。その結果、トルク方程式のみでは十分説明されなかった特性も明確に説明することができ、設計および利用上有効な成果が得られた。以下、その結果について報告する。

^{*} 電気工学科

2 構造および駆動方法

可変リラクタンス型のステップ・モータには2相、3相、5相型などが実用化されているが、ここでは3相型について述べる。3相、6極型のステップ・モータの構造は図1に示した。図1では固定子と回転子のみを示しケースは省略した。固定子、回転子ともA、B、Cの3相が縦に配列され、固定子は各相がそれぞれ1/3極ピッチずつずらして配置され、回転子は3相いずれも同一軸上に配置されている。各部の構成材料は、固定子は硅素鋼板、回転子は軟鉄製である。また、各相およびシャフトは磁気相間の影響を防ぐためアルミニウムのスペーサが挿入され、シャフト自身はりん青銅製である。さらに、各相の励磁巻線は磁束の漏れを防ぐためシャフトと同様にりん青銅帯でシールドされている。ただし、短絡リングにならないように一部に切りかきが入っている。

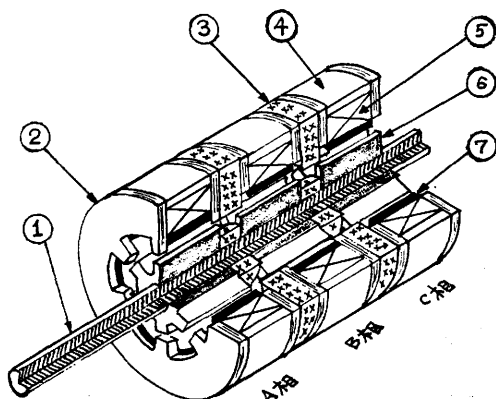


図1 3相ステップ・モータの構造図

- | | |
|------------|----------|
| 1. シャフト | 2. 固定子鉄心 |
| 3. 相間遮蔽材 | 4. 巻線 |
| 5. 固定子コイル | 6. 回転子鉄心 |
| 7. 漏洩磁束防止材 | |

構造が縦型となっているのは回転子の慣性モーメントを小さくし、かつ固定子の励磁回路の電気装荷を増し、応答性を良くするためである。

また、図1から明らかのように固定子と回転子との関係は必ずしも図1のように固定子をずらす必要はなく、回転子をずらしても良い。これによって系の方程式が影響を受けないことは勿論である。

先に述べたようにステップ・モータではトルク方程式のみでは不十分で、電気回路を考慮する必要がある。そこで、極構造と電気回路との関係を図2に示す。図中、 R_1 、 R_2 、 R_3 は各巻線の直流抵抗および外

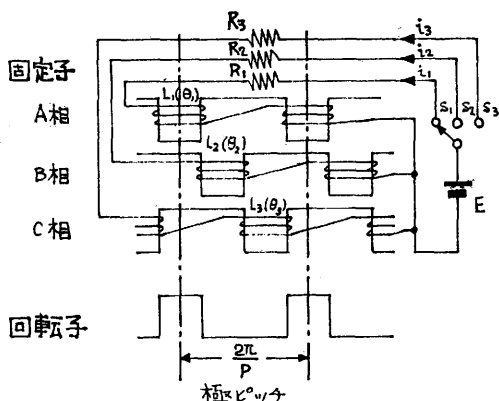


図2 極構造と電気回路

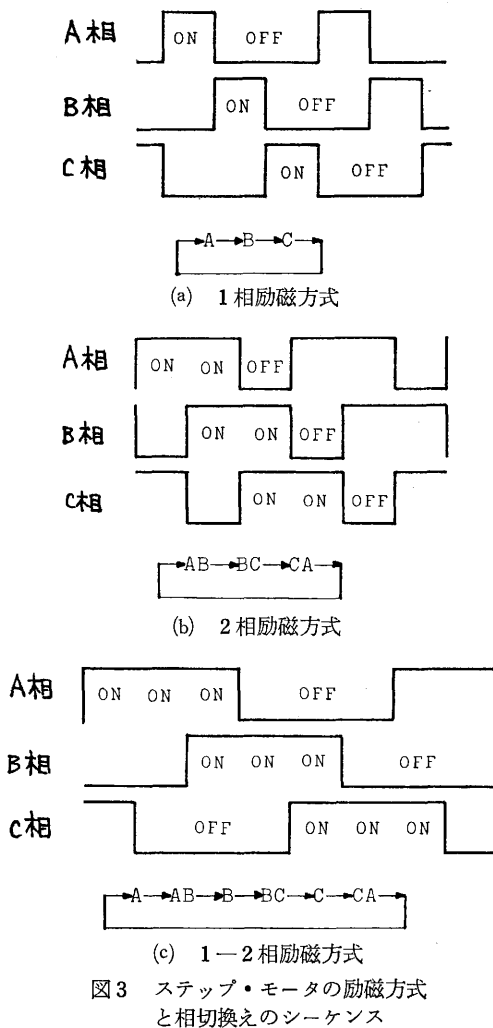
部に付加される抵抗の和を、 $L_1(\theta_1)$ 、 $L_2(\theta_2)$ 、 $L_3(\theta_3)$ は各巻線の自己インダクタンスを、 i_1 、 i_2 、 i_3 は各相の電流を、 E は印加電圧を、 P は固定子(回転子)の極数をそれぞれ示している。また、自己インダクタンスの表現が角度依存性を示しているのはそれぞれ回転子の位置によって異った値をとることを意味する。

このモータを変位もしくは回転させるためには相切換回路のスイッチを順次切換えることが必要であり、その方法として一般に図3に示すような3種類がある。図3(a)では1相ずつ、(b)では2相ずつ順次切換えを行ない、(c)は1相のみの時と2相の時が入り混っている場合で、それぞれ1相励磁方式、2相励磁方式、1—2相励磁方式と呼ばれる。変位もしくは回転の方向は固定子の配置により決定されるが、図3の切換えシーケンスを逆にすることにより反転させることが可能である。

各励磁方式は、それぞれ1相励磁方式は振動的となり、2相励磁方式は制動効果が良好であり、1—2相励磁方式はステップ角が小さくなりかつ制動効果と応答性にすぐれるといった特徴を有する。

3 理 論

ステップ・モータの特性を記述するにはトルク方程式と電流方程式の両者が必要である。トルク方程式は回転子の運動を記述し、電流方程式は励磁回路の特性を記述する。この2つの方程式を立てるためにはあらかじめ仮定をして置くことが幾つかある。すなわち、トルク方程式における駆動力ともなり停止力ともなる保持トルクの形である。図1によって各相は十分遮蔽されており各相は独立であるとして良い。また、回転子においても隣接する相からの磁束のまわり込みは十



分おさえられていると考えて良い。従って、まづ保持トルクは各相独立に決定し、線形系として重畳可能とする。

電気-磁気-機械系エネルギー変換に於いてはトルクは $T_e = \partial W_m / \partial \theta$ で定義される。すなわち、考えている系において磁気エネルギー W_m に角度依存性があるとトルクが発生する。そこで、ステップ・モータの保持トルクとして上記の T_e をとる。また、 L を含む回路の磁気エネルギー W_m は $1/2 Li^2$ であるから、保持トルク T_e は $1/2 \partial (Li^2) / \partial \theta$ となる。

しかし、ステップ・モータの励磁回路の自己インダクタンス $L(\theta)$ は回転子の位置によって変化するから、理論計算ならびに実験に基づく角度特性を考慮して、つぎのようにおく。

$$L(\theta) = L_0 + L_d \cos P\theta \quad \dots\dots\dots(1)$$

この場合、磁気飽和および磁気漏洩は無視した。(1)式中、 L_0 は平均インダクタンスを、 L_d は差分インダクタンスを、 θ は固定子極の中心と回転子極の中心との角度を、 P は前出の極数をそれぞれ意味する。

以下、すべての解析は(1)式をもとにすすめるものとする。

3・1 1 相 励 磁

ステップ・モータのもっとも簡単な駆動方法は1相励磁方式である。この方法では図3(a)のように相を切替える。また、この方式における回転子極に対する固定子極の位置と励磁回路の関係は図4に示す。図中に用いられる記号の意味は図2におけるものと同じである。

この場合、ステップ・モータのインデシヤル応答に対する系の方程式を立てると

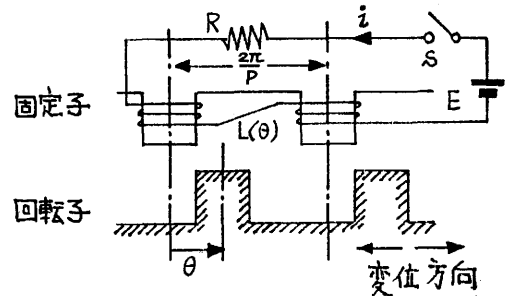


図4 1相励磁方式における電気回路と構造

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + R_m \frac{d\theta}{dt} = T_e - T_l \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{d}{dt} (Li) + Ri = e \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$e = 0; t < 0$$

$$E; t \geq 0$$

となる。

ここで、 J は回転子の慣性モーメント、 R_m は摩擦係数、 T_l は負荷トルク、 T_e は前出の保持トルクのそれぞれである。ただし、うず電流による制動効果やクーロン摩擦による制動トルクは無視した。

(2)、(3)式に(1)式を代入して、整理をするとつぎの連立方程式を得る。

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + R_m \frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{2} L_d i^2 P^2 \sin P\theta = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$L \frac{di}{dt} - L_d i P \sin P\theta \cdot \frac{d\theta}{dt} + Ri = e \quad \dots\dots\dots(5)$$

(4)式で励磁電流 i を一定とすれば、(4)は独立となり、従来から多く研究⁷⁾ されている方程式を与え、 $i^2 = I_0^2$

とすれば,

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + Rm \frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{2} LdI_0^2 \sin P\theta = 0$$

となる。

この方程式については図式解法により詳細な位相面解析がなされており, その結果, 極ピッチ $2\pi/P$ 毎に安定な渦心点を有し, 極ピッチの $1/2$ の点に鞍形点を有することが分っている。従って, (4), (5) の連立方程式による解もまた基本的には同じ位相面を持つ。しかし, ここでは励磁電流を一定とはみなせないで, 連立方程式のまま解く必要がある。しかし, まえがきにも述べたごとくこのままでは図式的にも解析的にも解けないから, 若干変数変換を施した後シュミレーションを行なう。

始めに, 変数変換に便利のように励磁電流 i を,

$$i = I_0 i_t \quad \dots\dots\dots(6)$$

と置く。すなわち, 過渡項と定常項に分ける。(6)式の i_t は $t \rightarrow \infty$ で系が定常状態になることより, $t \rightarrow \infty; i_t = 1$ となる。

つぎに, 機械角 θ を電気角 x に変換して, (4), (5) 式を整理すると, $x = P\theta$ とすれば

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{Rm}{J} \frac{dx}{dt} + \frac{LdI_0^2 P^2}{2J} \cdot i_t^2 \sin x = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$\frac{di_t}{dt} - \left(\frac{Ld}{L} \sin x \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{R}{L} \right) i_t = \frac{e}{LI_0} \quad \dots\dots\dots(8)$$

となる。(7), (8) 式を解析に便利のように無次元化するため, さらにつぎのような変数変換を施すと,

$$\tau = \alpha t, \quad \zeta = \alpha \cdot \frac{Rm}{2J}; \quad \alpha = \frac{1}{I_0 P} \sqrt{\frac{2J}{Ld}} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$x'' + 2\zeta x' + i_t^2 \sin x = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$i_t' - \left(\frac{Ld}{L} \sin x \cdot x' - \frac{\alpha R}{L} \right) i_t = \frac{\alpha e}{LI_0} \quad \dots\dots\dots(11)$$

となる。ただし, $' \equiv \frac{d}{d\tau}$ である。

(10), (11) 式についてシュミレーションを行なえばステップ・モータの特性が解析できる。しかし, シュミレーションの結果を検討するにあたっては何らかの判定基準が必要であるから, 解析の可能な範囲については解析を行なってあらかじめ基本的な性質を明らかにしておく。すなわち, (10), (11) 式において, x が十分小さいとすれば, (10), (11) 式は幾分解析的に取り扱えて,

$$x'' + 2\zeta x' + i_t^2 x = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$i_t' + \frac{\alpha R}{L} i_t = \frac{\alpha e}{LI_0} \quad \dots\dots\dots(13)$$

となり, (13) 式は(12)式の影響を受けない。従って, (13) 式

は独立に解けて,

$$i_t = \frac{E}{RI_0} \left(1 - e^{-\frac{\alpha R}{L} t} \right) \quad \dots\dots\dots(14)$$

となる。これより, x が十分小さい時には電気回路の時定数は $L/\alpha R$ であることが分る。これは LR の単独回路の時定数よりも $1/\alpha$ だけ時定数が短くなったことを意味する。従って, (12) 式における i_t^2 の項を考慮すると電気系の時定数と機械系の時定数の関係により, 電気系は十分安定状態に達していると考えて良いから $i_t^2 = 1$ とみなせる。ゆえに, トルク方程式(12)は

$$x'' + 2\zeta x' + x = 0 \quad \dots\dots\dots(15)$$

となり, その解は特性方程式の根によって異なり, それぞれ, c_0, c_1, c_2 を積分定数として

$$\left. \begin{aligned} (i) \quad \zeta^2 - 1 > 0 \\ x &= c_1 e^{-\alpha_1 t} + c_2 e^{-\alpha_2 t} \\ \left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \end{aligned} \right\} \\ (ii) \quad \zeta^2 - 1 < 0 \\ x &= c_1 e^{(-\alpha + j\beta)t} + c_2 e^{(-\alpha - j\beta)t} \\ \alpha &= \zeta, \quad \beta = \sqrt{1 - \zeta^2} \\ (iii) \quad \zeta^2 - 1 = 0 \\ x &= c_0 (1 + t) e^{-\alpha_0 t} \\ \alpha_0 &= \zeta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(16)$$

となる。いずれも x は時間とともに減少し, 定常状態で零となる。(i), (ii), (iii) はそれぞれ, 非振動的, 振動的, 臨界制動的に x が減衰することを示している。これより, 回転子の慣性モーメントが大きくなると回転子が停上するまでの時間が長くなり, 摩擦係数が大きくなると逆に短くなることが明らかとなる。

以上, 得られた結果をもとにシュミレーションの結果を検討する。

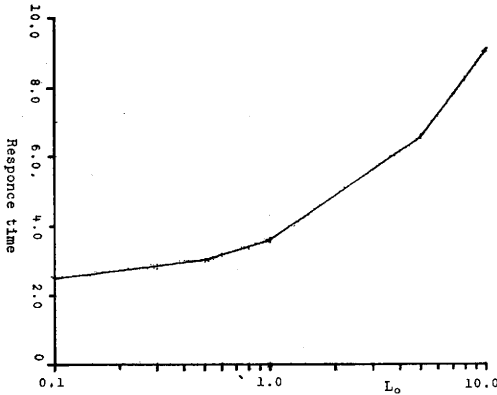
4 結果の検討

理論解析の所で述べたようにステップ・モータの特性には電気回路の影響が無視できない。すなわち, トルク方程式による解析のみにおいては電気回路における平均インダクタンスや印加電圧, 直流抵抗などは直接影響をおよぼさないことが示されるが, シュミレーションの結果はその結果が誤りであることを示している。

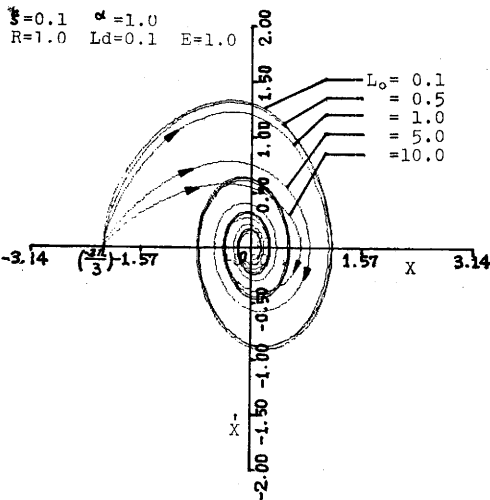
以下, 電気回路の影響がどのように現われるかシュミレートした結果を示す。シュミレーションでは機械的な定数は一定として解析を行なった。すなわち, $\zeta = 0.1, \alpha = 1, \theta_0 = -2\pi/3$ (極ピッチの $1/3$ の位置) と置いた。

4.1 L_0 の影響

この定数は前述のごとく、連立系で解析を行なわない限り、トルク方程式には影響をおよぼさない。しかし、連立系では明らかに影響があり、(12), (13), (14)より定性的につぎのように考えられる。



(a) 応答特性 ($x_0 = -\frac{2\pi}{3}$ から $x = 0$ に要する時間)



(b) 位相面

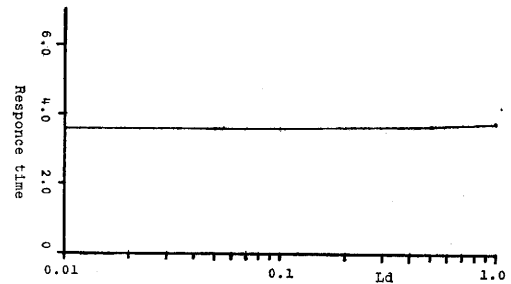
図5 L_0 (自己インダクタンスの平均値) を変化させた場合の応答時間と位相面図

L_0 の増加は(14)式の時定数項の分母を大きくすることとなり、電流 i_L の立上りをおくらせる。従って、電流 i_L は最初のうちは定常値に達するまで1よりも小さいから、トルク方程式の保持トルクの大きさが小さくなる。これによって、回転子は徐々に停止位置にむかって加速されることとなり応答時間が長くなる。 L_0 を各種変化させた時の初期位置から停止位置に到達するまでの時間 (以下応答時間と称す) と位相面図を図5に

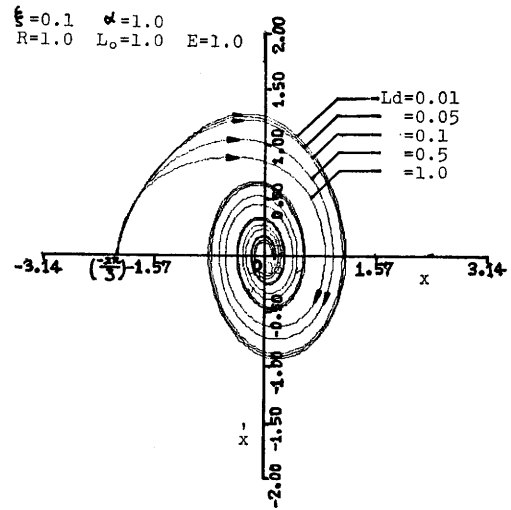
示す。図5の結果は上記の仮定が正しいことを示し、かつ L_0 を増加させるとゆきすぎ量と減衰の速さの特性が良好となることが示される。

4.2 L_d の影響

この定数は連立系にも、トルク方程式だけの場合にも効果があるが、シュミレーションの結果ではあまり大きな変化はない。結果は図6に示す。傾向は L_0 の場合と同様で、 L_d の増加にともなって応答時間が長くなる。しかし、その変位の程度は L_0 のそれ程強くない。



(a) 応答特性 ($x_0 = -\frac{2\pi}{3}$ から $x = 0$ に要する時間)



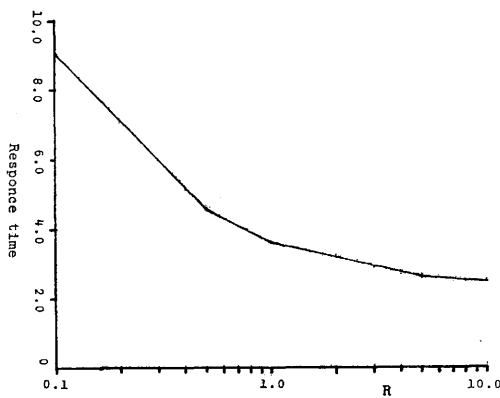
(b) 位相面

図6 L_d (自己インダクタンスの差分値) を変化させた場合の応答時間と位相面

4.3 R の影響

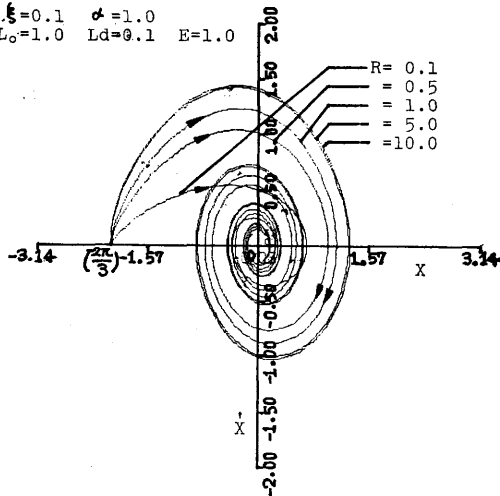
L_0 同様に、励磁電流 I_0 が一定となるように設定される限りではトルク方程式のみによる解析ではこの影響は出ない。連立系ではこの影響が現われて、 L_0 と逆の関係となり、 R を増加させると応答時間は短くなる

が、ゆきすぎ量などは増大する。その結果は図7に示す。



(a) 応答特性 ($x_0 = -\frac{2\pi}{3}$ から $x = 0$ に要する時間)

$\xi = 0.1$ $\alpha = 1.0$
 $L_o = 1.0$ $L_d = 0.1$ $E = 1.0$



(b) 位相面

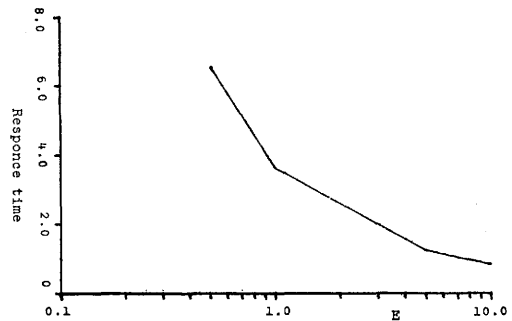
図7 R (直流抵抗) を変化させた場合の応答特性と位相面

4.4 E の影響

この定数の増加は電流 I_0 を増加させることとなり、その結果保持トルクの項が大きくなる。従って、先にも述べたように応答時間は早くなるがゆきすぎ量も大きくなる。しかも、電気回路における電流 i_d の変化の程度も大きくなり、前出の諸定数の場合よりも一層特性の変化が大きくなる。その結果は図8に示す。

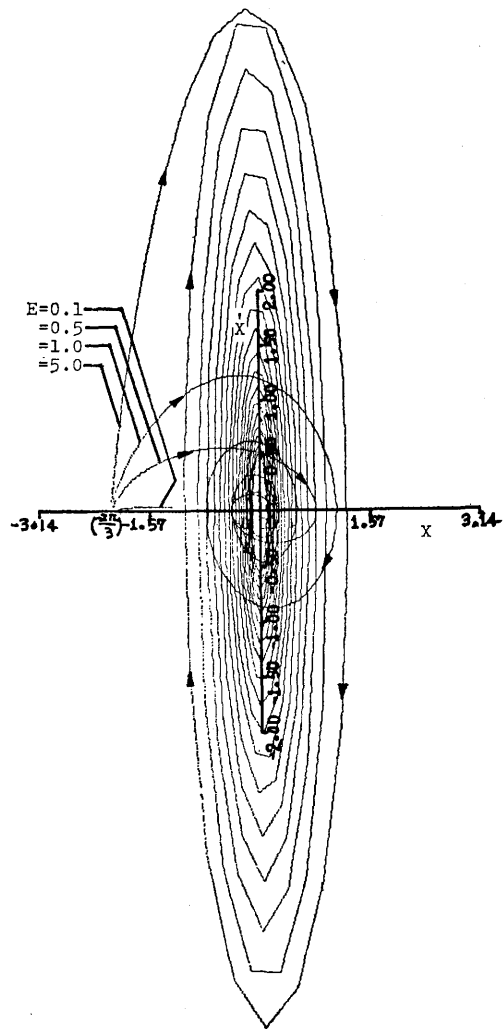
5 まとめ

以上、シュミレーションの結果をまとめると、従来のトルク方程式のみで行なわれた解析で無視されて来



(a) 応答特性 ($x_0 = -\frac{2\pi}{3}$ から $x = 0$ に要する時間)

$\xi = 0.1$ $\alpha = 1.0$
 $R = 1.0$ $L_o = 1.0$ $L_d = 0.1$



(b) 位相面

図8 E (印加電圧) を変化させた場合の応答特性と位相面

た電気回路の影響は大きく、電流方程式を考慮せずに解析を行なうことは全く正しくないことが示される。すなわち、従来の解析では全く影響しないと考えて来た項が効いて来るばかりか重大な影響があることが示される。さらに、シュミレーションの結果、機械的な構造以上に電気回路が重要な役割をはたしていることが明らかとなり、設計上興味ある結果を得る。すなわち、設計にあたっては励磁回路の自己インダクタンスの大きさは可能な限り小さく取り、差分 L_d は大きくする。これによって、応答性は著しく改善できると考えられる。また、実際の使用にあたっては励磁回路に適当な外部抵抗を接続し、応答性を改善する。その際、過大な R はゆきすぎ量を増加させ、乱調状態を招くので注意をする。

以上、われわれは連立系の重要性を解析し、その結果を述べて来た。しかし、それでもなお幾らかの仮定を行なって来た。たとえば、自己インダクタンスの式は厳密には(1)式のようにならず、少なからず高調波成分を含む。従って、保持トルクもまた当然変化しなければならぬ。また、今回行なったシュミレーション

は1ステップ応答に相当するものであって、 n ステップ応答ではない。これらの点も合わせてなおさらに研究をすすめている。残された問題点については次回に報告する。

文 献

- 1) A. G. Thomas and F. J. Fleischauer : The Power Stepping Motor, Control Eng., Jan., (1957)
- 2) 池辺 : パルスモータのステップ応答について, 計測と制御, 1, P.384, (昭37)
- 3) Y. Oshima and I. Egawa : High-speed Stepping Motor, 1st. International congress of the IFAC, Vol. 3, P. 65, (1961)
- 4) 西村, 瓜生 : ステップモータのインデシャル応答, 制御工学, 7, P. 29, (1963)
- 5) 西村, 村上, 児玉 : ステップモータの動特性の解析 (4), 昭和43年, 電気四学会連合大会, 407
- 6) 片岡, 勝亦, 万出 : ステップモータのステップ応答時における振動について, 昭和44年, 電気四学会連合大会, 566
- 7) たとえば, 大石, 島, 山崎 : パルスモータの定常挙動, 制御工学, 14, P. 609, (1970)

(昭和46年10月15日 受理)